

# 苹果静压接触应力分布特性的测量分析

冯哲, 吴杰, 孙慧杰, 李凡

(石河子大学机械电气工程学院, 教育部绿洲特色经济作物生产机械化工程研究中心, 新疆石河子 832003)

**摘要:** 为了了解不同成熟度苹果在不同曲率半径位置静压时的接触应力分布特性, 本文采用 Prescale 感压胶片对苹果静压接触应力分布进行了测量分析和 Hertz 公式理论计算, 并探讨了 Hertz 公式关于接触应力面积计算的精度以及修正方法。研究表明, 苹果静压接触应力分布轮廓为近椭圆形, 不同应力呈高低相间的不连续分布, 低应力 ( $\leq 0.2$  MPa) 主要在边缘分布, 高应力 ( $> 0.5$  MPa) 只有零星分布, 可忽略不计。当压力 100 N 以上时, 两种成熟度苹果的应力面积有显著性差异。随着曲率半径增大, 相同压力水平下苹果的应力面积因成熟度不同而表现出不同程度的增大趋势。接触应力面积的 Hertz 公式计算值与感压胶片测量值存在不同程度偏差, 当引入  $\lambda=1.5780-0.0042F$  修正 Hertz 公式的等效弹性模量  $E^*$ , 可明显提高苹果静压接触应力面积的理论计算精度。

**关键词:** 静压; 接触应力分布; 成熟度; 曲率半径; Hertz 公式

文章编号: 1673-9078(2014)6-76-81

## Measurement Analysis of Contact Pressure Distribution of Apple under Compression

FENG Zhe, WU Jie, SUN Hui-jie, LI Fan

(Research Center of Oasis Agricultural Mechanization, Ministry of Education, College of Mechanical and Electrical Engineering, Shihezi University, Shihezi 832003, China)

**Abstract:** In this study, the pressure distribution of apple subjected to static loading was measured by the pressure sensitive film technique. The effects of apple maturity and curvature radius at contact location of fruit on pressure area were focused on. The results were calculated by Hertz equation; meanwhile, the calculation accuracy of the equation on contact pressure area was analyzed. The result showed that the contour of pressure distribution was near elliptical, and the discontinuous distributed pressures had the variation feature of rising and falling. The pressure less than 0.2 MPa occupied at the edge of the contact region, while the area of pressure over 0.5 MPa distributed at tiny spots. When the apple was loaded over 100 N, the pressure areas of two different maturity apples showed significant difference. With the increase of curvature radius, the pressure areas of apple at same load increased to varied extent due to maturity difference. Compared with film measurements of apple pressure area, the calculations with Hertz equation showed larger deviation. Hence, a correction coefficient ( $\lambda=1.5780-0.0042F$ ) was introduced to modify the equivalent elastic modulus in the Hertz equation. As a result, there was a good agreement between the measured contact areas and the predications using the modified Hertz equation. This indicated that the modified Hertz equation could precisely estimate pressure area of apple under static load.

**Key words:** compression; contact pressure distribution; ripeness; radius of curvature; Hertz equation

我国是世界苹果生产第一大国<sup>[1]</sup>, 据联合国粮食及农业组织统计, 2010 年全世界的苹果产量为 6951.20 万 t, 我国为 3326.52 万 t, 占世界总产量的 47.86%。然而苹果成熟后在包装、分级和运输等机械化作业环节中, 不可避免的发生机械损伤而变质腐烂, 每年的

收稿日期: 2014-01-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (31160335)

作者简介: 冯哲 (1989-), 男, 在读硕士生, 主要从事农产品品质安全及检测研究

通讯作者: 吴杰 (1972-), 男, 博士, 教授, 主要从事农产品品质安全及检测研究

果品损耗率达到 30% 以上, 其中静压损伤较为普遍<sup>[2]</sup>; 同时, 在果蔬机械化采摘过程中, 当夹持机构对果实施加的载荷超过果肉组织的损伤阈值时, 果蔬也会发生静压损伤<sup>[3]</sup>。由于苹果损伤面积已成为评估果实损伤程度和外观品质分级的重要依据<sup>[4]</sup>, 而损伤面积又与果实受载的应力分布有直接关系, 因此, 研究苹果静压接触应力分布特性, 对苹果果实机械防损、品质保持及苹果机械作业的减损结构优化设计具有实践指导价值。

早期, 果品受载时的接触应力分布采用 Hertz 公式进行理论计算。由于 Hertz 公式是以弹性理论为基础,

因此对于具有复杂几何特征和粘弹特性的果实类材料是否适用是需要研究探讨的。最近,随着感压胶片测量技术的出现,吴杰及Lu等<sup>[5-6]</sup>都采用Prescale感压胶片测量方法进行了梨果接触应力分布特性分析,以揭示梨果的损伤机理,为减少梨果机械损伤提供了研究基础。

许多研究表明,果实的损伤面积受其成熟度及接触位置的曲率半径影响显著<sup>[7-8]</sup>。因此,研究苹果的成熟度和受载位置的曲率半径对其接触应力分布特性的影响,有助于更准确地了解苹果受载机械损伤规律。为此,本研究采用感压胶片对不同成熟度苹果在不同曲率半径位置静压时的接触应力分布特性进行测量分析;同时将测试结果与 Hertz 公式的计算结果进行比较,以探索苹果损伤面积的准确估测方法。

## 1 材料与方法

### 1.1 材料

试样为红富士苹果,采自新疆阿克苏红旗坡农场同一果园,采样期在2012年10月4日,人工采摘,剔除有病虫害、雹伤的苹果及畸形果,质量为 $(238\pm 10.11)$  g。采后将果样冷藏,冷藏温度为 $(2\pm 1)$  °C,相对湿度 $(90\pm 5)$  %。

### 1.2 主要仪器设备

LLLW型 Prescale 感压胶片与配套的 FPD-8010E 压力图像数字化分析系统,日本 Fuji 公司; PrefectionTMV300Photo 型专用扫描仪,日本 Epson 公司; GY-4 型数显果实硬度计,美国艾伯仪器公司; 数显曲率半径仪,桂林市晶瑞电子有限责任公司。

### 1.3 试验方法

#### 1.3.1 苹果不同成熟度的确定

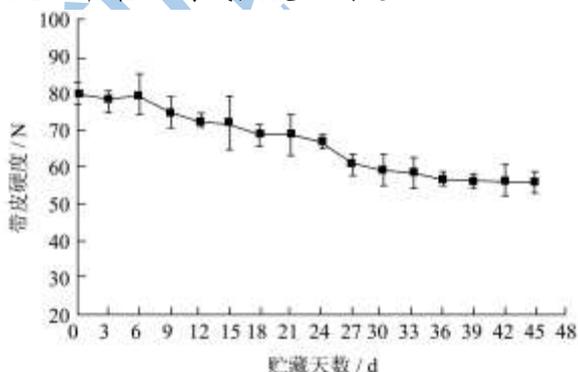


图1 苹果果肉硬度随贮藏时间的变化

Fig.1 Change in firmness of apple with storage time

硬度是衡量水果成熟度的重要指标之一<sup>[9]</sup>,本研

究采用水果硬度计测量苹果的带皮硬度,测头直径11.1 mm,以25.4 mm/min 恒定速率在果实赤道部穿刺至深度7.94 mm 后取值<sup>[9]</sup>。如图1所示,每隔3 d 测量一次苹果常温贮藏硬度,苹果硬度在第39 d 后下降趋势趋于平缓。因此,根据国家标准对果实成熟度的规定<sup>[9]</sup>,本试验选择2种成熟度试样:坚熟苹果和后熟苹果(储藏期45 d),其物性参数见表1。

表1 苹果试样的基本物性参数

Table 1 Physical properties of Aksu apple sample

试样	带皮硬度 /N	可溶固形物/°Brix	含水率(湿基) /%
坚熟	79.91±2.62	13.74±0.43	86.84±1.20
后熟(45 d)	56.00±2.58	12.60±0.15	84.58±0.60

#### 1.3.2 苹果静压接触应力分布的测量

将苹果试样放置在两平行刚板间进行静压试验,平板与苹果赤道部接触。对于冷藏苹果,试验前室温放置24 h。已有研究表明,红富士苹果果肉屈服应力临界值在40~100 N 范围<sup>[10]</sup>且其静载压缩所能承受的最大压力为250 N<sup>[11]</sup>,但预备试验中45 d 后熟的苹果在250 N 静压时已出现破裂,因此本研究选取压力水平为40、60、80、100、150、200 N。压缩时,将感压胶片固定于平板与苹果的接触表面,保压时间300 s。感压胶片的测量原理参考文献<sup>[5]</sup>。静压试验后将感压胶片采用扫描仪和颜色校正板读取接触应力分布的特征图,然后经过压力图像数字化分析系统进行数值解析以及平滑处理,获得静压接触应力分布面积及应力分布图像的平滑处理图(图2)。每个水平试验重复10次。

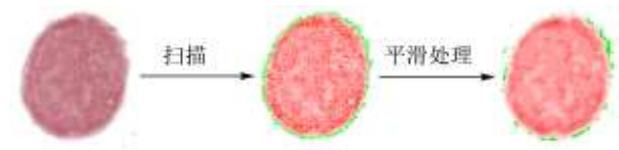


图2 苹果静压接触应力分布图的处理

Fig.2 Mapping of contact pressure distribution for apple under compression

#### 1.3.3 苹果接触位置曲率半径的测量

参考文献<sup>[7]</sup>的方法,采用曲率半径仪测量苹果曲率半径。如图3所示,分别测量接触位置赤道方向横、纵坐标的曲率半径 $R_x$ 和 $R_y$ ,然后取调和平均值 $2R_xR_y/(R_x+R_y)$ 作为接触位置的曲率半径 $R$ 。根据图4所示苹果赤道部的曲率分布,本研究取平板压缩的接触位置曲率半径为: $(25\pm 1.26)$  mm、 $(35\pm 1.60)$  mm、 $(45\pm 1.51)$  mm。试验前,首先选择并确定平板与苹果接触点的所需曲率半径并标记,然后进行平板压缩试验。

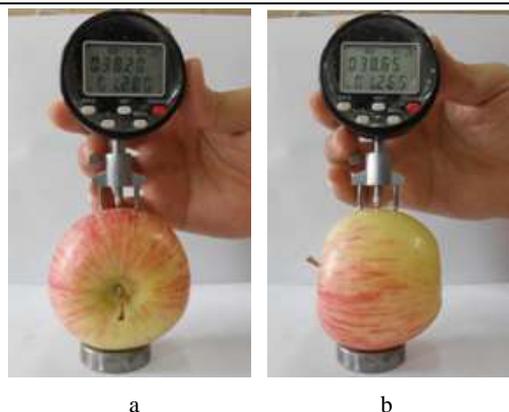


图3 苹果曲率半径测量图

Fig.3 View of measuring the curvature radius of apple

注: a:  $R_x$ , b:  $R_y$ 。

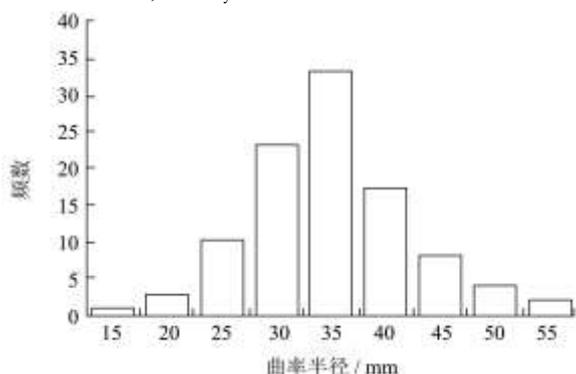


图4 苹果曲率半径频数分布直方图

Fig.4 Frequency distribution of curvature radius for apple

### 1.3.4 苹果静压接触应力的理论计算

根据 Hertz 接触理论, 苹果平板压缩的接触应力面积由下列公式计算<sup>[12]</sup>:

$$A = \pi \left( \frac{3FR}{4E} \right)^{2/3} \quad (1)$$

注:  $A$  为接触面积,  $\text{mm}^2$ ;  $F$  为静压载荷,  $\text{N}$ ;  $R$  为接触位置的曲率半径,  $\text{mm}$ ;  $E^*$  为等效弹性模量, 可由下式计算:

$$\frac{1}{E^*} = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \quad (2)$$

注:  $\nu_1$ 、 $\nu_2$  分别为苹果和平板的泊松比, 取 0.333 和 0.3<sup>[5,13]</sup>;  $E_1$ 、 $E_2$  分别为苹果和平板的弹性模量, 取 2.366 MPa 和  $2.1 \times 10^5 \text{MPa}$ <sup>[5,13]</sup>。

## 2 结果与讨论

### 2.1 苹果静压接触应力分布特性

以压力 200 N 和接触位置曲率半径 35 mm 时的苹果静压为例, 由图 5 所示的接触应力分布特征可看出, 不同成熟度苹果的应力分布轮廓为近椭圆形, 不同应力呈高低相间的不连续分布, 这反映了苹果表面细观上的凹凸不平程度。≤0.2 MPa 的低应力主要分布在边缘; 高应力 (>0.5 MPa) 并未集中在接触区域中心位

置。苹果在较低成熟度时, 低应力 (≤0.2 MPa) 分布面积很小, 但在较高成熟度时却有明显增大。

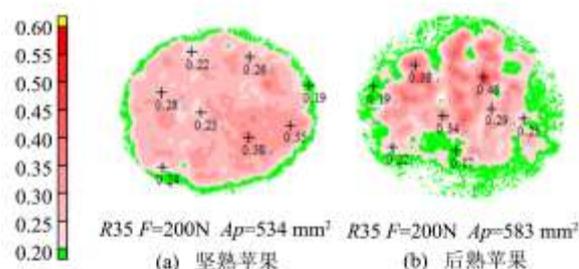


图5 两种成熟度苹果静压时的应力分布特征图

Fig.5 Images of pressure distribution for apple with two maturity

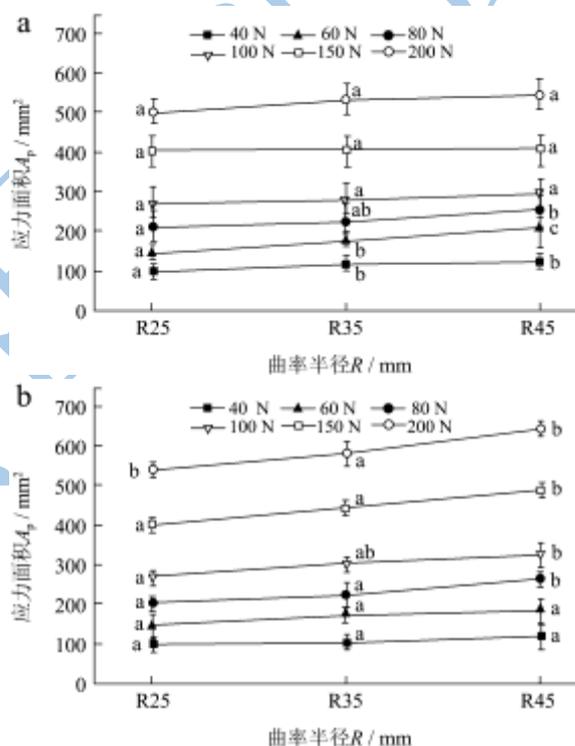


图6 苹果静压接触应力面积与曲率半径的关系

Fig.6 Relationship between contact pressure area and the curvature radius of apple

注: a 成熟苹果, b 后熟苹果。

图 6 表明, 随着压力增大, 应力面积明显增大。在相同压力水平下, 应力面积随曲率半径的增大呈不同程度的增大趋势。对于较低成熟度苹果, 压力为 40、60、80 N 时, 苹果较大的曲率半径差异对应力面积影响较为显著 ( $P=0.028$ ), 但当压力增大到 100 N 以上时, 曲率半径对应力面积影响不显著 ( $P=0.245$ )。原因可能是, 硬而脆的苹果在较小压力作用下主要表现为弹性变形, 应力面积对接触点曲率半径变化有较敏感响应; 当苹果变形开始以不可恢复的塑性变形为主

导时, 压力的增大是造成接触应力面积显著变化的主因, 而接触位置曲率半径差异不再会起太大影响作用。与之相比, 成熟度较高的苹果由于果肉粘性增强, 发生了较严重的塑性变形, 因此总体而言, 受压时接触应力面积受苹果曲率半径影响不显著, 尤其是在较小压力时几乎无变化。

成熟度差异使果肉的屈服极限明显不同, 这导致苹果有不同程度的塑性变形, 从而造成接触应力面积出现显著差异。

## 2.2 静压接触应力理论值与测量值的对比分析

从图 8 可看出, 不同成熟度苹果的接触应力感压胶片测量值与 Hertz 公式计算值都存在不同程度的偏差。通常, 苹果在较高接触曲率半径位置以较低的压力压缩时, 接触应力的测量值较为接近 Hertz 公式计算值, 但当压力过大时, 接触应力测量值开始高于计算值, 并朝着偏离 Hertz 曲线方向发展。从图中可以看出, 当苹果在曲率半径 R25 mm 位置受压时, 压力一旦超过 100 N 以后, 应力面积的测量值与计算值的偏差开始明显增大。这是因为 Hertz 公式是基于弹性假设, 只有在苹果以弹性变形为主时, 接触应力的理论计算误差才会较低。当接触点曲率半径较小时, 苹果抗变形能力偏低, 因而在较大压力时就会发生严重的塑性变形, 使得接触应力面积的 Hertz 公式计算值与测量值存在较大偏差。这也进一步表明, 需要对 Hertz 公式进行修正, 才能保证苹果在发生较大塑性变形的受压条件下仍能满足计算精度要求。

## 2.3 Hertz 公式修正

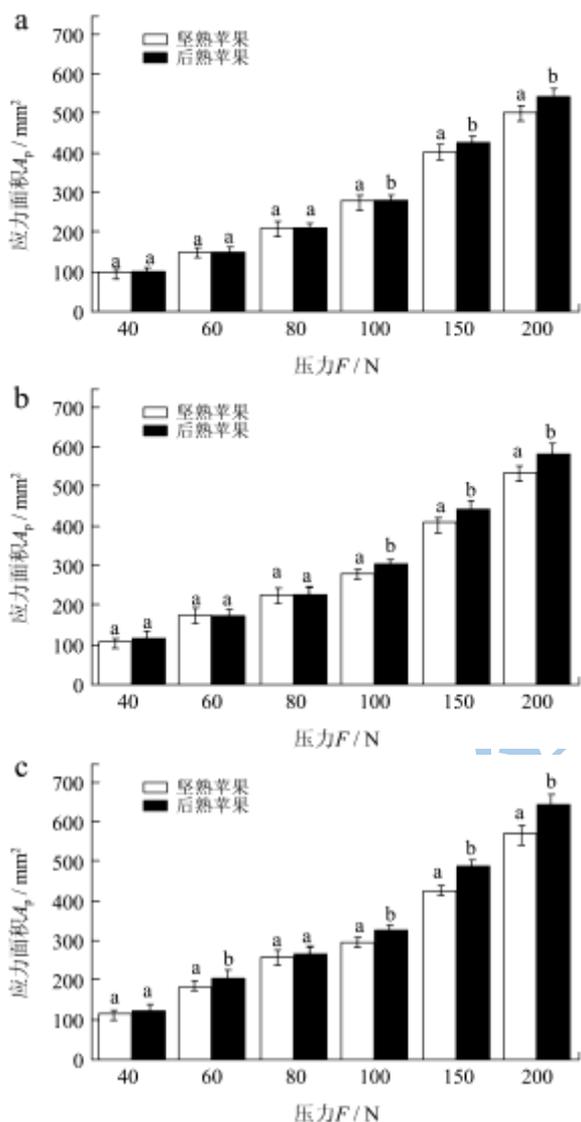
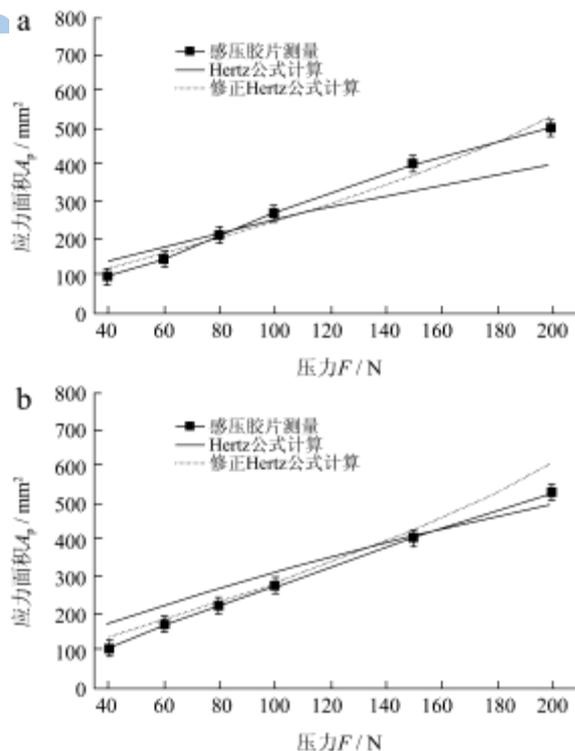


图 7 苹果成熟度对应力面积的影响

Fig.7 Effects of apple maturity on pressure area

注: a: R25, b: R35, c: R45。

从图 7 可以看出, 当压力为 40、60、80 N 时, 成熟度的差异对静压接触应力面积影响不显著 ( $P=0.155$ ); 而当压力增大到 100 N 以上时, 成熟度差异才对应力面积有显著性影响 ( $P=0.033$ )。这是因为在较小压力作用时, 不同成熟度的苹果发生的变形都以可恢复的弹性变形为主, 而在 100 N 以上的较大压力下, 苹果果肉可能发生严重的塑性变形, 苹果成



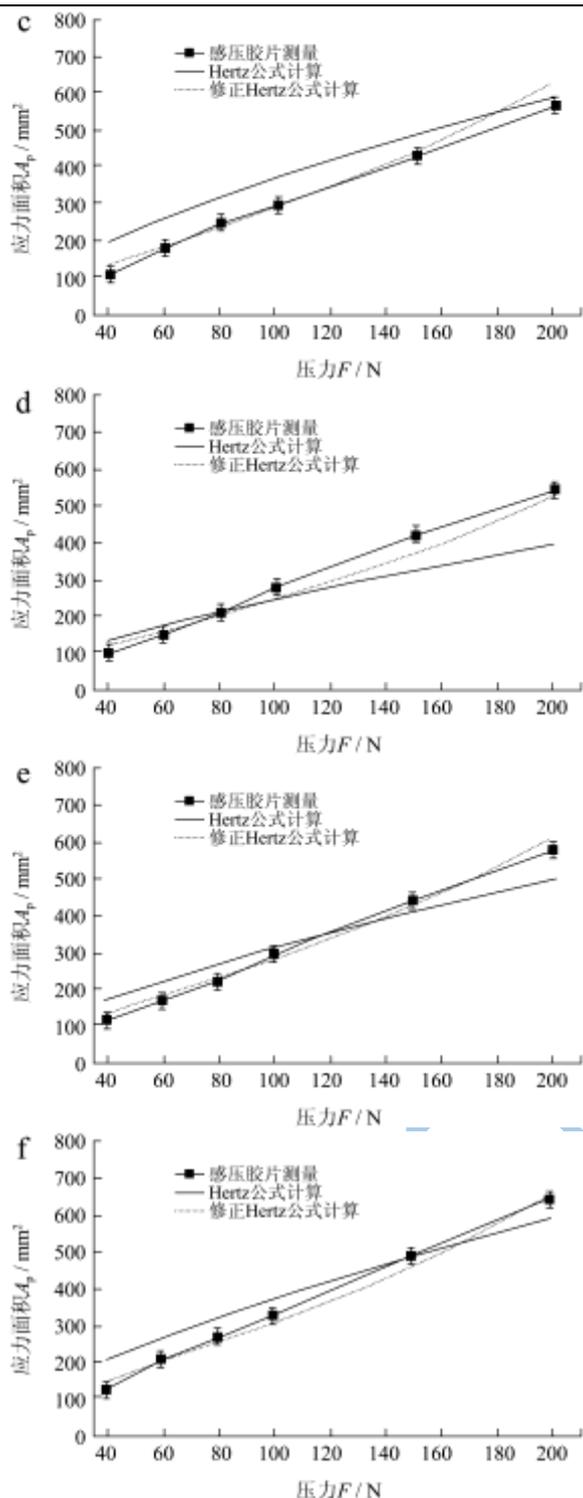


图8 苹果静压接触应力面积的理论值与测量值比较

Fig.8 Comparison between film measurements and Hertz equation calculations for the contact pressure area

注: a: R25, b: R35, c: R45 (坚熟苹果); d: R25, e: R35, f: R45 (后熟苹果)。

根据文献<sup>[4]</sup>可知,当材料进入塑性变形阶段时,等效弹性模量  $E^*$  不再是常数,而与当时的压力水平有关。因此,可将其中的  $E^*$  修正为  $E_D$ , 其中  $E_D \in F$ , 即:

$$A = \pi \left( \frac{3FR}{4E_D} \right)^{2/3} \quad (3)$$

$$E_D = \lambda E^* \quad (4)$$

$$\lambda = k_0 + k_1 F + k_2 F^2 + k_3 F^3 + \dots + k_n F^n \quad (5)$$

注:  $k_0, k_1, k_2, \dots, k_n$  为待拟合的系数

将公式 (3)、(4) 和 (5) 合并, 即为:

$$A = \pi \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{2/3} \left( \frac{1}{\lambda} \right)^{2/3} \quad (6)$$

引入  $q = A'/A = \left( \frac{1}{\lambda} \right)^{-2/3}$  作为修正指标, 将  $q$  与  $F$  进行回归分析, 通过多项式拟合统计得出  $\lambda$  的关系式, 确定未知数  $k_0, k_1, k_2, \dots, k_n$  的值, 最终确定  $\lambda$  参数值。

尽管成熟度的提高也对接触面积有不同程度影响, 但通过计算可知, 两种成熟度苹果的  $k_0$  和  $k_1$  分别都接近 1.5780 和 0.0042,  $k_2 \sim k_n$  的各值都很小 ( $< 2.932E-5$ ), 可忽略不计。因此, 确定  $\lambda = 1.5780 - 0.0042F$  ( $R^2 = 0.98$ ) 作为通式。从修正的 Hertz 公式计算曲线可以看出 (图 8), 它与感压胶片测量值相差很小, 这表明修正的 Hertz 公式计算可以提高苹果静压接触应力面积的理论估测。

### 3 结论

3.1 苹果静压接触应力分布轮廓为近椭圆形, 应力呈高低相间的不连续分布, 低应力 ( $\leq 0.2 \text{ MPa}$ ) 主要分布在区域边缘且面积较小, 但随着成熟度提高逐渐增大; 高应力 ( $> 0.5 \text{ MPa}$ ) 分布很小, 可忽略不计。

3.2 在相同压力水平下, 应力面积随曲率半径增大呈增大趋势。对于较低成熟度苹果, 应力面积只在 40、60、80 N 压力时受曲率半径影响显著; 对于较高成熟度苹果, 应力面积总体受曲率半径影响不显著。此外, 只有在压力 100 N 以上时, 苹果成熟度差异才对应力面积有显著性影响。

3.3 接触应力面积的 Hertz 公式计算值与感压胶片测量值存在不同程度偏差, 通过引入  $\lambda = 1.5780 - 0.0042F$  修正 Hertz 公式的等效弹性模量  $E^*$ , 可明显提高苹果静压接触应力面积的理论计算精度。

### 参考文献

[1] 芮汉明, 钱庆银, 张立彦. 微波加热对苹果罐头品质的影响 [J]. 现代食品科技, 2013, 29(7): 1645-1650  
RUI Han-ming, QIAN Qing-yin, ZHANG Li-yan. Effect of microwave heating on the quality of canned apple [J].

- Modern Food Science and Technology, 2013, 29(7): 1645-1650
- [2] 冯能莲,单明彻.苹果静重损伤的试验研究[J].农业机械学报,1996,27(3):71-75  
FENG Neng-lian, SHAN Ming-che. Test study of apple bruise under static load [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1996, 27(3): 71-75.
- [3] Zhao De-an, Lv Jidong, Ji Wei. Design and control of an apple harvesting robot [J]. Biosystems Engineering, 2011, 110: 112-122
- [4] GB/T 10651-1989,鲜苹果[S]
- [5] 吴杰,郭康权,葛云,等.香梨果实跌落碰撞时的接触应力分布特性[J].农业工程学报,2012,28(1):250-254  
WU Jie, GUO Kang-quan, GE Yun, et al. Contact pressure distribution characteristics of korla pear fruit at moment of drop impact [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Engineering (Transaction of CSAE), 2012, 28(1): 250-254
- [6] Lu F, Ishikawa Y, Kitazawa H, et al. Measurement of impact pressure and bruising of apple fruit using pressure-sensitive film technique [J]. Journal of Food Engineering, 2010, 96(4): 614-620
- [7] Zarifneshat S, Ghassemzadeh H R, Sadeghi M, et al. Effect of impact level and fruit properties on golden delicious apple bruising[J]. Am. J. Agri. & Biol. Sci., 2010, 5(2): 114-121
- [8] Schmitz-Eiberger M, Matthes A. Effect of harvest maturity, duration of storage and shelf life of apples on the allergen Mal d 1, polyphenoloxidase activity and polyphenol content [J]. Food Chemistry, 2011, 127: 1459-1464
- [9] Abbott J A, Watada A E, Massie D R. Effegi, Magness-taylor, and instron fruit pressure testing devices for apples, peaches, and nectarines [J]. J. Amer. Soc. Hort. Sci., 1976, 101(6): 698-700
- [10] Lewis R, Yoxall A, Marshall M. B, et al. Characterising pressure and bruising in apple fruit [J]. Wear, 2008, 264: 37-46
- [11] Herold B, Geyer M, Studman Clifford J. Fruit contact pressure distributions-equipment [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2001, 32: 167-179
- [12] Johnson K L.接触力学[M].北京:高等教育出版社,1992
- [13] Kim G W, Kim M S, Sagara Y, et al. Determination of the viscoelastic properties of apple flesh under quasi-static compression based on finite element method optimization [J]. Food Sci. Technol. Res., 2008, 14(3): 221-231
- [14] 姜晋庆,竺润祥,尚世英.弹塑性接触问题的分析方法[J].光学机械,1981,6:55-64  
JIANG Jin-qing, ZHU Rui-xiang, SHANG Shi-ying. Analysis of elastic-plastic contact [J]. Optics and Precision Engineering, 1981, 6: 55-64